

指数幂的拓展

班级_____ 姓名_____ 小组_____

学习目标

1. 理解分数指数幂的概念, 会进行分数指数幂与根式的互化.
 2. 了解无理数指数幂的概念, 了解无理数指数幂可以用有理数指数幂逼近的思想方法.
- 例 1. 把下列各式中的正数 b 写成正分数指数幂的形式:

例1. 把下列各式中的正数 b 写成正分数指数幂的形式:

- (1) $b^5 = 20$; (2) $b^4 = 2^5$;
 (3) $b^n = 3^m (m, n \in \mathbb{N}_+)$; (4) $b^{3n} = \pi^{9m} (m, n \in \mathbb{N}_+)$.

例2. 计算:

- (1) $4^{\frac{3}{2}}$; (2) $27^{-\frac{1}{3}}$; (3) $(\frac{1}{16})^{-\frac{3}{2}}$.

一、单选题

1. 化简 $\sqrt[3]{x^2}$ 的结果是 ()

- A. $x^{\frac{2}{3}}$ B. $x^{\frac{3}{2}}$ C. $x^{\frac{1}{6}}$ D. x^6

2. 化简: $\sqrt{(\pi-4)^2} + \sqrt[3]{(\pi-3)^3} =$ ()

- A. 1 B. -1 C. $7-2\pi$ D. $2\pi-7$

3. 设 $a > 0$, 则 $\sqrt[5]{a^2 \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a}} =$ ()

- A. a^{11} B. a^{12} C. $a^{\frac{1}{2}}$ D. $a^{\frac{121}{30}}$

4. 若 $\sqrt{a-1} + \sqrt[3]{a-2}$ 有意义, 则 a 的取值范围是 ()

A . $a \geq 0$

B . $a \geq 1$

C . $a \geq 2$

D . $a \in \mathbf{R}$

5 . 下列各式正确的是 ()

A . $\sqrt[3]{-8} = \sqrt[6]{(-8)^2}$

B . $\sqrt{(3-\pi)^2} = 3-\pi$

C . $\sqrt[n]{a^n} = |a| (n > 1, n \in \mathbf{N}^*)$

D . $(\sqrt[n]{a})^n = a (n > 1, n \in \mathbf{N}^*)$

6 . 若 $\sqrt{y} - \frac{1}{\sqrt{y}} = m$, 则 $\frac{1+y^2}{y}$ 的结果是 ()

A . $m^2 + 2$

B . $m^2 - 2$

C . $\sqrt{m} + 2$

D . $\sqrt{m} - 2$

7 . 当 $\sqrt{-x+1}$ 有意义时, 化简 $\sqrt{x^2-8x+16} - \sqrt{x^2-10x+25}$ 的结果是 () .

A . $2x-7$

B . $-2x+1$

C . -1

D . $7-2x$

8 . 若正数 x , y 满足 $x^3=8$, $y^4=81$, 则 $x+y=$ ()

A . 1

B . 3

C . 5

D . 7

9 . 化简 $\sqrt[3]{\left(-\frac{8a^{-3}}{27b^3}\right)^4}$ (其中 $a>0, b>0$) 的结果是

A . $\frac{2a}{3b}$

B . $-\frac{2a}{3b}$

C . $\frac{16}{81b^4a^4}$

D . $-\frac{1}{81b^4a^4}$

10 . 已知 $n \in \mathbf{N}^+$, 则“ $\sqrt[n]{a^n} = a$ ”是“ $a > 0$ ”的 ()

A . 充分而不必要条件

B . 必要而不充分条件

C . 充分必要条件

D . 既不充分也不必要条件

11 . 函数 $f(x) = \frac{(x-1)^{\frac{1}{2}}}{x}$ 的定义域为 ()

A . $\{x \in \mathbf{R} | x \neq 0\}$

B . $\{x \in \mathbf{R} | x \neq 0, \text{且 } x \neq 1\}$

C . $(1, +\infty)$

D . $[1, +\infty)$

12 . 化简 $\frac{\sqrt{a^3 b^2} \cdot \sqrt[3]{ab^2}}{\left(a^{\frac{1}{4}} b^{\frac{1}{2}}\right)^4 \cdot \sqrt[3]{\frac{b}{a}}}$ ($a > 0, b > 0$) 的结果为 ()

A . $\frac{a}{b}$

B . ab

C . $\frac{b}{a}$

D . $\frac{a}{b^2}$

13 . 已知函数 $f(x-1) = \sqrt[5]{(x-\pi)^5} + \pi$, 则 $f(2) =$ ()

A . $2\pi - 3$

B . -3

C . 3

D . $3 - 2\pi$

14 . 计算 $a\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 等于 ()

A . $\sqrt{-a}$

B . \sqrt{a}

C . $-\sqrt{-a}$

D . $-\sqrt{a}$

二、多选题

15 . 下列运算正确的是 ()

A . $\sqrt[3]{(-8)^3} = -8$

B . $\sqrt{(-10)^2} = -10$

C . $\sqrt[4]{(3-\pi)^4} = \pi - 3$

D . $\sqrt{(a-b)^2} = a - b$

16 . 下列根式与分数指数幂的互化正确的是 ()

A . $-\sqrt{x} = (-x)^{\frac{1}{2}}$

B . $\sqrt[6]{y^2} = y^{\frac{1}{3}} (y < 0)$

C . $x^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} (x > 0)$

D . $\left[\sqrt[3]{(-x)^2}\right]^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{1}{2}} (x > 0)$

17 . 下列函数中, 与函数 $y = x + 1$ 是同一函数的是 ()

A . $y = (\sqrt{x+1})^2$

B . $y = t + 1$

C . $y = \frac{x^2}{x} + 1$

D . $y = \sqrt[3]{x^3} + 1$

三、填空题

18 . 求值 $\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}=$ _____ .

19 . 若 $a < 2$, 则 $\sqrt[6]{(a-2)^6}=$ _____.

20 . $\sqrt[4]{(-2)^4}=$ _____ .

四、解答题

21 . 计算:

(1) $\sqrt{12}-\sqrt{18}+3\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{8}$;

(2) $(\sqrt{6}-2\sqrt{15})\times\sqrt{3}-6\sqrt{\frac{1}{2}}+3\sqrt{20}$.

22 . 化简下列各式:

(1) $\sqrt[7]{(-2)^7}$;

(2) $\sqrt{(\pi-4)^2}+\sqrt[3]{(\pi-4)^3}$;

(3) $\sqrt[4]{(3a-3)^4} (a \leq 1)$;

(4) $\sqrt[3]{a^3}+\sqrt[4]{(1-a)^4}$.

23 . 计算或化简:

(1) $\sqrt[4]{(a-b)^4}+\sqrt[3]{(a-b)^3} (0 < a < b)$;

(2) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}+(1-\sqrt{2})^0-\left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{2}{3}}-\sqrt[4]{16^3}$.